

////// recenze //////////////////////////////////////

Ladislav KVASZ, *Jazyk a změna: ako sme menili jazyk matematiky a ako jazyk matematiky zmenil nás*. Praha: Filozofia 2012, 60 s.

### Lukáš Zámečník

Máme-li čtenáři uceleně představit předkládanou knihu, pak je možné prohlásit, že se jedná o náčrt (42 stran čistého textu) univerzální *teorie potencialit jazyka matematiky*. Ladislav Kvasz se v ní pohybuje na pomezí kontextu justifikace a kontextu objevu ve vědě. Celkově můžeme jeho snahu charakterizovat především jako pokus o vytvoření teorie proměn jazyka matematiky. V autorově díle tak můžeme vidět vývoj od snahy popsat změny v dějinách matematiky („epistemické ruptury“) k nalezení univerzálního mechanismu, který vývoj matematiky pohání. V cíli autora můžeme zřetelně rozeznat příklon k unifikujícímu, hierarchickému pohledu na systém matematiky – matematika je ve svém vývoji (od syntetické geometrie k algebře, analytické geometrii a matematické analýze) stále komplexnějším systémem syntaktických pravidel.

Tento tradiční pohled můžeme konfrontovat s pluralistickým pojetím, které už v 80. letech minulého

století vyjádřil Ian Stewart: „Jednou z charakteristik vědy konce dvacátého století je mizení tradičních hranic mezi obory. Totéž platí pro matematiku. Už nemá smysl ji škatulkovat na algebru, analýzu, geometrii atd. Každá oblast ovlivňuje ty ostatní. Mnoho oborů matematického výzkumu se také obohacuje přímým a aktivním kontaktem s aplikovanými vědami.“<sup>1</sup> Toto srovnání nijak nezpochybnuje autorův cíl, pouze ukazuje, že existuje alternativní sémantické pojetí, které je schopné odhalit jiné důležité aspekty systému matematiky.

Autorův originální výzkumný projekt je třeba jednoznačně ocenit. Výzkum potencialit jazyka matematiky jej zaměstnává již dlouhou dobu a v jeho jednotlivých textech můžeme sledovat jasný vývoj k větší propojenosti a ucelenosti teorie. Také *Jazyk a zmena* nám poskytuje příležitost, abychom tento vývoj teorie sledovali. Tento text vznikl rozšířením a přepracováním přednášky, kterou na jaře roku 2011 autor pronesl v Lisabonu při příležitosti převzetí ceny Fernanda Gila (Prémio Internacional Fernando Gil para a Filosofia da Ciencia) za rok 2011. Důležitými texty ke srovnání jsou kniha *Patterns of Change. Linguistic Innovations in the Development of Classical Mathema-*

<sup>1</sup> Ian STEWART, *Odsud až do nekonečna*. Praha: Dokořán 2006, s. 9.

tics, kterou autor publikoval v roce 2008<sup>2</sup> a článek *Náčrt teórie potencialit jazyka matematiky* z roku 2010.<sup>3</sup> Na mnoha místech textu autor explicitně upozorňuje na změny, které oproti svým předchozím pracím provedl. Nejvýraznější změnou je zavedení dvou nových potencialit jazyka matematiky (metodické a konstitutivní síly).

Kvaszův výzkumný projekt implicitně vyzývá k dalšímu rozvíjení. Zanechává pole pro navazující výzkum, který může hledat a nacházet: jiné potenciality jazyka matematiky, jiné formální aspekty (či pravidla) jazyka matematiky a také nové příklady z jiných matematických disciplín. Má-li filosofie vědy prokazovat svou důležitost v konfrontaci se skeptickým naturalistickým přístupem k filosofii, pak je Kvaszův výzkum ideálním příkladem vhodným následování.

Specifickým rysem textu je to, že většina důležitých filosofických postřehů, které rámuji cíl prováděného výzkumu, je uvedena v poznámkách pod čarou. Překvapující

je to především proto, že některé poznámky obsahují důležité základní prvky teorie potencialit jazyka matematiky. Domnívám se, že jejich vtělení do hlavního textu, doprovázené jejich rozšířením, by vedlo k odstranění určité schematičnosti a také ke vzniku čtenářsky vlídnější verze textu.

Autor zdůrazňuje, že název knihy *Jazyk a zmena* reflektuje nutnou logiku vývoje, protože nejprve musí jazyk existovat a teprve pak může následovat změna našeho myšlení, kterou způsobí. Cíl práce je ovšem, jak autor zdůrazňuje, realizován v opačném sledu – od změn matematického myšlení ke změnám jazyka. Je ovšem možné sledovat cíl tak, jak autor navrhuje? Nejde spíše než o nalezení jednotného mechanismu změny matematického jazyka o rekonstrukci průběhu změny z perspektivy dnešního matematického jazyka? Autor asi bude protestovat, ale způsob prezentace sugeruje existenci neutrálního jazyka pro popis změny *sub speciae aeternitatis*.

Ve snaze poznat, jak se jazyk matematiky v průběhu času vyvíjí, autor nalézá – tematickou analýzou a porovnáváním textů z dějin matematiky – šest aspektů (potentialit) jazyka matematiky: logickou sílu (LS), expresivní sílu (ErS), metodickou sílu (MS), integrativní sílu (IS), explanatorickou sílu (EIS) a konstitutivní sílu (KS). Autor tyto poten-

<sup>2</sup> Ladislav KVASZ, *Patterns of Change. Linguistic Innovations in the Development of Classical Mathematics*. Basel: Birkhäuser Verlag 2008.

<sup>3</sup> Ladislav KVASZ, „Náčrt teórie potencialit jazyka matematiky.“ In: KVASNIČKA, V. – POSPÍCHAL, J. – NÁVRAT, P. – LACKO, P. – TREBATICKÝ, P. (eds.), *Umelá inteligencia a kognitívna veda II*. Bratislava: STU v Bratislave 2010, s. 263–290.

ciality označuje za jednotlivé dimenze, v kterých jazyk matematiky změnil naše myšlení. Konstatuje, že v historii matematiky sledujeme nárůst všech zmíněných sil. Hlavním filosofickým apelem autora je rozhodnutí zmíněné potenciality pouze nepopisovat, ale vysvětlit, jak jsou umožněny, jaká lingvistická inovace je vytváří.

Autor tvrdí, že jazyk matematiky *sui generis* můžeme sledovat až od syntetické geometrie (popř. aritmetiky) antického Řecka. Babylóňané a Egypťané znali procedury, ale ne důkazy (jejich postupy postrádali všeobecnost, metodu, systém a vysvětlení), nedokázali přesáhnout oblast fakticky daného. Chyběl ovšem skutečně ve zmíněných „matematikách“ důkaz? Nesledujeme takto příliš přístup, kterým kupříkladu Toulmin obdobně upíral schopnost vysvětlení babylonské astronomii? Jak vysvětlíme impulzy, které pro Evropu znamenaly objevy indické matematiky? Zmíněné výtky by nemohly být vzneseny, pokud by autor nesledoval svou práci také určitou empirickou linií, která zkoumá způsoby rozšiřování lidských kognitivních schopností skrze jazyk matematiky.

Předkládané aspekty (potentiality) jazyka matematiky postupně ukazují, jak složité formule je možné v jazyce dokázat (LS), co nového je možné v jazyce vyjádřit (ErS), jaké nové metody je možné v jazyce zavést

(MS), jak jazyk přináší nové sjednocení (IS), jak jazyk umožňuje vysvětlit selhání předchozího jazyka (ELS) a jak jazyk umožňuje konstituovat nový druh objektů (KS) (srov. s. 14). Aspekty jazyka matematiky jsou podle autora objektivní, nezkoumá tedy psychologii objevu nebo vliv sociologie společnosti. Kvasz je ztotožňuje s potencialitami jazyka matematiky, protože představují různé směry, v kterých jazyk rozšiřuje naše kognitivní schopnosti. Pokud bychom následovali tento autorův záměr, který je v textu bohužel pouze proklamován, pak by se ukázalo jako nezbytné přejít k empirickému výzkumu kognitivní matematiky (popř. ke kognitivní archeologii matematiky). Pak by ovšem již nebylo možné „psychologii objevu“ diskvalifikovat jako neadekvátní.

Ještě než předestřeme autorův přehled způsobů konstituce potencialit jazyka matematiky, můžeme polemizovat s některými předpoklady autora. Předně není jasné, zda je systém potencialit jazyka matematiky definitivní; vzhledem ke změnám, které autor provedl v tomto systému od časů *Patterns of Change*, je dost pravděpodobné, že tomu tak není. Autor dále předpokládá, že jednotlivé potenciality v průběhu času mohutní, dochází k jejich nárůstu. Domnívám se, že můžeme celkem jednoduše doložit, že tomu tak univerzálně není. Kupříkladu kvalitativní analýza (zalo-

žená Poincarém) podle mého soudu do značné míry rezignuje na logickou sílu (obecné řešení systému obyčejných diferenciálních rovnic není dosažitelné), ale (díky tomu?) posiluje expresivní sílu (Poincarého zobrazení), metodickou sílu (nové metody kvalitativní analýzy), konstitutivní sílu (atraktor dynamického systému) a explanační sílu (citlivá závislost na počátečních podmínkách); indiferentní zůstává k integrativní síle. Proto se domnívám, že spíše než jednotný nárůst potencialit jazyka můžeme sledovat rozvoj pluralitního systému konstituujícího multiverzum matematiky. Snaha objevit ucelený systém (provést racionální rekonstrukci), byť nutně determinovaný používaným jazykem, je ovšem také legitimní.

Způsob konstituce potencialit jazyka matematiky je odhalován skrze nalezení formálních aspektů jazyka matematiky. Kvasz zde podle vlastních slov navazuje na Frege,<sup>4</sup> který zřejmě jako první pro logickou sílu odhaluje adekvátní formální aspekt (způsob vyjádření všeobecnosti). Průběh konstituce potencialit jazyka matematiky ukazuje autor na čtyřech jazycích matematiky: syntetické geometrii, algebře, analytické geometrii a matematické analýze. Hlavní část textu

je tak věnována systematickému přehledu jednotlivých potencialit a jim odpovídajícím formálním aspektům jazyka pro všechny čtyři zvolené jazyky matematiky. Členění je důsledně pravidelné, a to i tam, kde příslušný zvolený jazyk ještě danou potencialitou nedisponuje (především syntetická geometrie, která přísně vzato disponuje pouze prvními dvěma potencialitami).

Je zbytečné uvádět přehled všech potencialit a jejich formálních aspektů, postačí, když zvolíme jeden ilustrativní příklad za všechny. U ostatních se pak už vždy vyjádřím pouze ke sporným bodům koncepce.

Logická síla je konstituována skrze formální aspekt, kterým je způsob vyjádření všeobecnosti. Tak v případě syntetické geometrie posloužilo k vyjádření všeobecnosti zavedení úsečky neurčité délky, v algebře došlo k zavedení symbolu pro objektovou proměnnou, v analytické geometrii došlo k rozvinutí neznámé ve tvaru číselné osy a v matematické analýze došlo k zavedení proměnných pro funkce (s. 17–21). Důležité je přitom ve všech případech to, že zavedená všeobecnost není faktická, ale formální – je svázána s provedením určité operace, rodí se z použití (nejcharakterističtější právě pro algebru, jejíž jazyk dokáže zachytit pořadí kroků v algebraické operaci). Domnívám se však, že v případě analytické geometrie

<sup>4</sup> Gottlob FREGE, „Funktion und Begriff.“ In: *Funktion, Begriff, Bedeutung*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1989, s. 17–39.

a matematické analýzy je operačionalistická povaha formálního aspektu jazyka vymezena vágně, a tak lze stěží posoudit, jestli se skutečně ve všech případech podařilo odhalit stejný mechanismus.

Expresivní síla je konstituována prostřednictvím formálního aspektu – způsobu generování komplexnosti. Zde Kvasz v pozn. 12 (s. 21) vyzývá čtenáře, aby za cíl textu pokládal snahu o zmapování pravidel, které konstituují jazyk matematiky. Zde a poté v závěru je uvádí následovně: pravidlo substituce (neznámá), pravidlo konkatenace, pravidlo konvenčního rozlišování, pravidlo rozpoznávání formy, pravidlo predikování a pravidlo pro určité deskripce. Ačkoliv by speciální nalézání pravidel mělo zřejmě tvořit nějakou další paralelní rovinu teorie potencialit jazyka matematiky, není podle mého soudu jasné, jak rozdíl mezi formálním aspektem jazyka a pravidlem vymežit.

Metodická síla je konstituována skrze zavedení parametrů, proto až v algebře může být tato potencialita plně přítomna. Přesto i v syntetické geometrii je podle autora jistým způsobem přítomna skrze označené diagramy, které umožňují temporální oddělení neznámé a parametru. Dle mého názoru není dostatečně jasné, jak se liší metodická síla od síly logické (zavedení parametru versus proměnné se zdá být pouze speciálním případem vhodným

pro algebru), a stejně tak autorovy změny v příkladech oproti *Patterns of Change* (viz pozn. 19 a 26 na s. 27 a 33) vedou k pochybnostem o odlišnosti metodické a integrativní síly. Myslím, že by měl text v těchto bodech více explikovat nad rámec jednotlivých příkladů.

Integrativní síla je konstituována skrze vázání termů do forem, proto ji také nenalzáme v jazyce syntetické geometrie. Dřívější příklady integrativní síly syntetické geometrie, přítomné v *Patterns of Change*, nyní autor pokládá za příklady metodické síly. Jak jsme však viděli, tuto potencialitu přísně vzato u syntetické geometrie také vylučuje. Za příklad vázání termů do forem v jazyce algebry pokládá autor zavedení polynomických forem, v nichž je možné spojovat formálně podobné, ale sémanticky nesouvisející výrazy. Obecně řečeno, integrativní síla má tak spojovat výrazy proto, že „podobným způsobem hovorí každý čosi úplně iné“ (s. 35).

Explanatorická síla je ustavena skrze tvorbu formálních predikátů. Výrazná změna původní teorie přítomné v *Patterns of Change* opět spočívá v tom, že syntetická geometrie tuto potencialitu nemá. K povaze vysvětlení, které je schopna poskytnout syntetická geometrie, autor uvádí: „Vo vysvetleniach, s ktorými sa stretávame v syntetickej geometrii, vystupujú skôr prirodzené než formálne predikáty“ (s. 39). Pro

autora je to o to významnější, že na bázi explanatorické síly jazyka syntetické geometrie začínal svou teorii potencialit původně budovat.

Konstitutivní síla je ustavena skrze formální aspekt – určité deskripce. Autor vysvětluje, že „[k]aždý jazyk prináša osobitý spôsob definovania nových objektov, keď z predikátu s voľnou premennou vytvorí určitú deskripciu definujúcu nové individuum“ (s. 42). Jedná se o poslední potencialitu a jejím formálním aspektem se kruh konstitute formálního jazyka uzavírá (posloupnost konstitute: proměnná – složený výraz – term – forma – formální predikát – určitá deskripce). Takto plně konstituován se nový jazyk matematiky „odpoutá“ od ontologie předešlého jazyka. Jistě nepřekvapí, že jazyk syntetické geometrie postrádá konstitutivní sílu, a tak nevytváří nový druh objektů, které by překračovaly běžnou zkušenost. Kvasz velmi případně upozorňuje na to, že mnoho filosofů z této vlastnosti syntetické geometrie udělalo zcela nesprávně paradigma pro celou matematiku.

Pro Kvaszovu teorii potencialit jazyka matematiky je důležité demonstrovat návaznost jednotlivých potencialit v představené hierarchické struktuře. Ačkoliv obecně můžeme tuto návaznost předpokládat a Kvasz je o ní přesvědčen, v samotném textu není uceleně obhájena. Systematicky je návaznost

pojednána pro algebru, ale ani tam není v úplnosti dosažena (ukazuje návaznost expresivní síly na logické, metodické na expresivní a explanatorické na integrativní). V souvislosti s pojednáním o integrativní síle pak Kvasz ještě mluví o univerzálním přechodu od logické síly k expresivní (operace spojování symbolů do složených výrazů), stejně jako o přechodu od expresivní síly k metodické (kombinace složených výrazů s parametry vytváří termy) a od metodické síly k integrativní (spojování termů do forem). Kromě toho, že je tady každý přechod pojat jako sjednocení (integrace), se ale o obecném schématu návaznosti nic dalšího nedozvídáme.

Autor uzavírá své zkoumání konstatováním, že vytvoření jazyka není kumulativním nahromaděním jmen, které pojmenovávají objekty zkušenosti. „Vývoj jazyka nie je nesený menami, nie je nesený potrebou pomenúvať objekty skúsenosti, ale potrebami syntaxe“ (s. 48). Již jsem výše vyjádřil pochybnosti nad přílišnou jednostranností syntaktického pojetí teorie potencialit jazyka matematiky. Hlavní inspirativnost Kvaszova pojetí ovšem leží v jeho invenci, nebojí se formulovat odvážné teze, které bude třeba dále podrobit zkoumání. Předpokládá, že potenciality vznikají obecně v matematice díky postupnému zabudovávání nekonečna do jejího jazyka. „Zdá sa, že uchopenie nekonečného počtu

aktov predošlého jazyka jako jediného aktu jazyka nového je ústředním momentom dynamiky rozvoja matematiky“ (s. 51).

Nejasnosti předkládané teorie potencialit jazyka matematiky, na které jsem v předešlých odstavcích poukazoval, nijak neubírají teorii nesené touto drobnou knížkou na důležitosti. Předkládané připomínky by měly být spíše vnímány jako pokus o stimulaci dalšího budování této bezesporu velmi progresivní teorie.

///// zpráva z konference /////

*The Making of the Humanities III. Third International Conference on the History of the Humanities.* Královský nizozemský institut v Římě (Itálie), 1.–3. listopadu 2012.

### Tomáš Dvořák

*The Making of the Humanities* je velkorysý projekt konferencí a publikací organizovaný několika nizozemskými akademickými institucemi, především Amsterdamskou univerzitou a Huizingovým institutem. Skupina, v jejímž čele stojí Rens Bod a Jaap Maat, zaměřeni jinak především na lingvistiku, logiku a počítačové vědy, organizuje každé dva roky mezinárodní konferenci

a na jejím základě vydává sborníky textů.<sup>1</sup> Setkání akademiků i textů mají jasnou motivaci: vytvořit – či pokusit se alespoň začít vytvářet – srovnávací dějiny humanitních věd. Na rozdíl od věd přírodních, kde vedle dějin jednotlivých disciplín nalezneme počínaje devatenáctým stoletím i přehledové práce pokoušející se o syntézu jejich vývoje, a věd sociálních, jejichž souhrnné dějiny se objevují na konci dvacátého století, vědy humanitní podobný syntetický popis svých dějin postrádají. V jejich případě se setkáváme pouze s oborovými pracemi, jako třeba s dějinami lingvistiky či hudební vědy. I v několika málo vzácných případech, jež se tato oborová omezení pokoušejí překročit (nejvýrazněji ve Foucaultových *Slovech a věcech*), jde spíše jen o situační konfrontaci vybraných metod a přístupů než o vytvoření komparativních a interdisciplinárních dějin humanitních věd (jimi organizátoři rozumí *humanities*, nikoli *human sciences*, tj. obory typu lingvistiky, filologie, literární vědy, hudební vědy, historie, dějin

<sup>1</sup> Zatím vyšly: Rens BOD – Jaap MAAT – Thijs WESTSTEIJN (eds.), *The Making of the Humanities. Vol. I – Early Modern Europe.* Amsterdam: Amsterdam University Press 2010, a Rens BOD – Jaap MAAT – Thijs WESTSTEIJN (eds.), *The Making of the Humanities. Vol. II – From Early Modern to Modern Disciplines.* Amsterdam: Amsterdam University Press 2012.